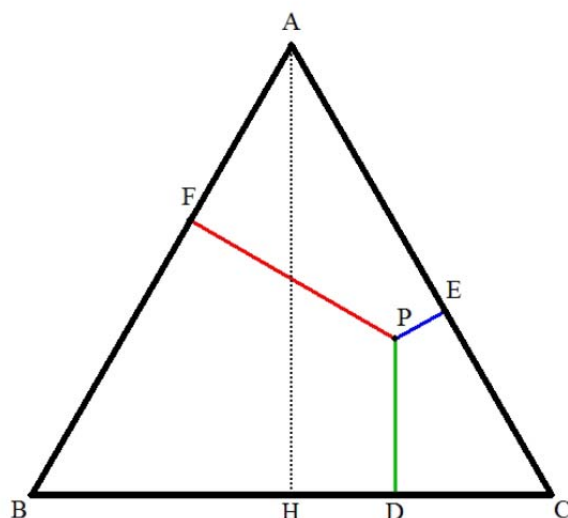


■ ヴィヴィアーニの定理 (Viviani's theorem)

正三角形 ABC の内部または周上にある 1 点から 3 辺に下ろした垂線の長さの和は正三角形の高さに等しい。
すなわち、
正三角形の内部または周上にある点を P とし、点 P から 3 辺 BC, CA, AB に下ろした垂線の足をそれぞれ D, E, F, 点 A から BC に下ろした垂線の足を H とすると、 $PD+PE+PF=AH$



【証明 1】

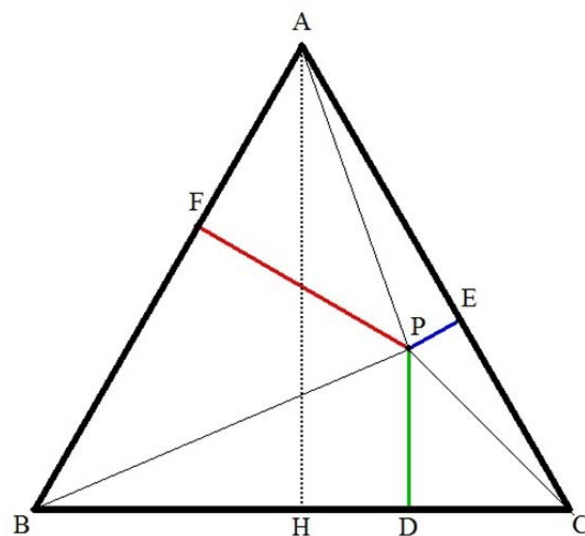
面積で考える。

正三角形の 1 辺を a とすると、

$\triangle PBC + \triangle PCA + \triangle PAB = \triangle ABC$ であるから

$$\frac{1}{2}a PD + \frac{1}{2}a PE + \frac{1}{2}a PF = \frac{1}{2}a AH$$

$$\therefore PD + PE + PF = AH$$



【証明 2】

$\triangle ABC$ と合同な $\triangle LMN$ を辺 LN が点 P を通るように左に平行移動する。

次に、図のように、各補助線を引く。

LM 上に点 Q を $QP \parallel MN$ となるようにとる。

点 P から LQ に垂線 PG を引くと点 F を通る。

点 L から MN に垂線 LS を引き、LS と QP の交点を R とする。

このとき

$$PD + PE + PF = RS + FG + PF$$

$$= RS + PG$$

$$= RS + LR$$

$$= LS$$

$$= AH$$

